

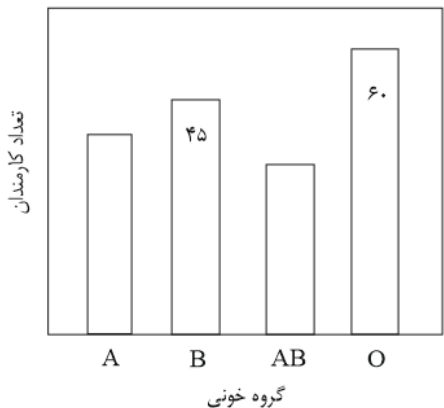


نام درس: آمار و احتمال
نام دبیر:
تاریخ امتحان:
ساعت امتحان:
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱	گزاره‌ی زیر را با استفاده از نمادهای $\forall$ یا $\exists$ بنویسید و ارزش آن را با ذکر دلیل ذکر کرده و نقیض آن را بنویسید. "عدد صحیح مثبت مانند x وجود دارد به طوری که $-1 < 2x - 5 < -3$ باشد."		۱
۲	با استفاده از جبر گزاره‌ها نشان دهید: $p \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$		۱
۳	با استفاده از روش عضوگیری دلخواه نشان دهید که: $A \cap (A \cup B) = A$		۱
۴	اگر $A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\}$ و $B = \{y \mid y^2 - y - 2 = 0\}$ باشد، آنگاه هر یک از حاصلضرب‌های $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.		۱/۵
۵	اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{3}{7}$ ، $P(C) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $P(B)$ را بدست آورید.		۱
۶	در یک ظرف ۸ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز وجود دارد. ۲ مهره به ترتیب و بدون جایگذاری از درون ظرف برمی‌داریم. احتمال آن که مهره اول قرمز و مهره دوم سیاه باشد، چقدر است؟		۱
صفحه ۱ از ۳			

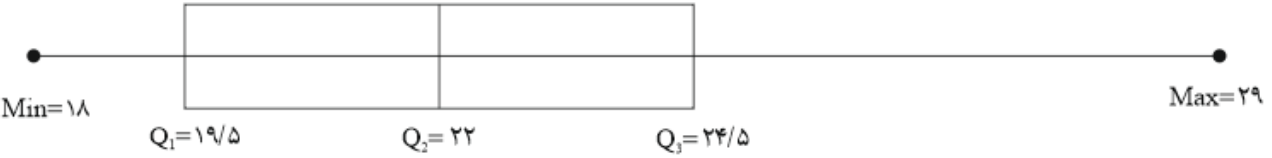
ردیف	ادامه سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۷	در یک شرکت تولیدی ۴۵ درصد کالا محصول دستگاه A با احتمال ۳ درصد معیوب و ۵۵ درصد آن محصول دستگاه B با احتمال ۵ درصد معیوب است. اگر یک کالا را به طور تصادفی انتخاب کنیم و بدانیم که سالم است، با کدام احتمال این کالا محصول دستگاه A است؟		۲
۸	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = ۰/۱$ و $P(A \cup B') = ۰/۸$ ، حاصل $P(A \cap B')$ را بدست آورید.		۱/۵
۹	نمودار میله‌ای زیر نمودار گروه خونی کارمندان یک شرکت را نمایش می‌دهد. اگر زاویه متناظر با گروه‌های خونی A و AB به ترتیب ۷۲° و ۳۶° باشد، فراوانی گروه خونی AB چقدر است؟		۱
۱۰	میانگین، میانه، مد و چارک‌های اول و سوم داده‌های زیر را بدست آورید. کدام معیار به عنوان معیار گرایش به مرکز برای این داده‌ها مناسب است؟ چرا؟	۹, ۷, ۸, ۳۶, ۱۰, ۸, ۷, ۹, ۱۰	۲
۱۱	انحراف از میانگین چیست و چرا از آن به عنوان معیاری برای تشخیص میزان پراکندگی داده‌ها استفاده نمی‌شود؟		۱
۱۲	نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر رسم کرده و تعیین نمایید در کدام بخش پراکندگی داده‌ها بیشتر است؟	۲۶, ۲۱, ۲۵, ۲۴, ۲۰, ۲۳, ۱۹, ۱۸, ۲۲	۲
۱۳	روش‌های گردآوری داده‌ها را نام برده و دو مورد را به دلخواه تعریف کنید.		۲

ردیف	ادامه سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	ردیف
۱۴	دقت بر آورد میانگین جامعه به و بستگی دارد و اگر زیاد شود و یا کم شود، دقت بر آورد میانگین بیشتر می شود.	۱	
۱۵	فرض کنید که از ۱۰۰ دانش آموز تهرانی پرسیده ایم که "آیا از تلفن همراه استفاده می کنید؟" و ۸۴ نفر به سوال ما جواب مثبت داده اند. در این صورت، چند درصد از دانش آموزان تهران جوابشان به این سوال مثبت خواهد بود؟ پاسخ با اطمینان ۹۵ درصد مدنظر است. فاصله اطمینان پاسخ را نیز تعیین نمایید.	۱	
صفحه ۳ از ۳			

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\exists x \in R^+; -3 < 2x - 5 < -1$ $-3 < 2x - 5 < -1 \Rightarrow 2 < 2x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$ بنابراین سور وجودی موردنظر درست است. نقیض گزاره موردنظر بصورت زیر خواهد شد. $\sim (\exists x \in R^+; -3 < 2x - 5 < -1) \equiv \forall x \in R^+; \sim (-3 < 2x - 5 < -1)$ $\equiv \forall x \in R^+; (2x - 5 > -1) \vee (2x - 5 < -3)$	
۲	$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$	
۳	باید ثابت کنیم که $A \cap (A \cup B) \subseteq A$ و $A \subseteq A \cap (A \cup B)$ $\forall x; (x \in A \cap (A \cup B) \Rightarrow (x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B))) \Rightarrow x \in A$ $\forall x; (x \in A \cap (A \cup B) \Rightarrow x \in A) \Rightarrow A \cap (A \cup B) \subseteq A \quad (۱)$ $\left\{ \begin{array}{l} \forall x; (x \in A \Rightarrow (x \in A \vee x \in B)) \\ \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A) \end{array} \right\} \xrightarrow{n} \forall x; (x \in A \Rightarrow (x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B)))$ $\Rightarrow x \in A \cap (A \cup B)$ $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cap (A \cup B)) \Rightarrow A \subseteq A \cap (A \cup B) \xrightarrow{(۱)} A = A \cap (A \cup B)$	
۴	$A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\} = \{x \mid 3 < 3x < 9\} = \{x \mid 1 < x < 3\} = (1, 3)$ $B = \{y \mid y^2 - y - 2 = 0\} = \{y \mid (y - 2)(y + 1) = 0\} = \{-1, 2\}$ $A \times B$ $B \times A$	
۵	$P(C) - P(A) = P(\{a, b, e\}) - P(\{a, b\}) = P(e) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = \frac{6}{35} \quad (۱)$ $P(S) = P(\{a, b, c, d, e\}) = P(\{a, b, c, d\}) + P(e) = P(B) + P(e) = 1$ $\xrightarrow{(۱)} P(B) = 1 - P(e) = 1 - \frac{6}{35} = \frac{29}{35}$	

۶	فرض می‌کنیم A پیشامد آن باشد که مهره اول قرمز بوده و B پیشامد آن باشد که مهره دوم سیاه باشد. در نتیجه: $P(A \cap B) = P(A)P(B A) = \frac{4}{12} \times \frac{1}{11} = \frac{32}{132}$
۷	فرض می‌کنیم M پیشامد آن باشد که کالا معیوب بوده و S پیشامد آن باشد که کالا سالم باشد. در نتیجه: $P(M) = P(A)P(M A) + P(B)P(M B) = 0/45 \times 0/03 + 0/55 \times 0/05$ $= 0/0135 + 0/0275 = 0/041 \Rightarrow P(S) = 1 - P(M) = 0/959$ $P(A S) = \frac{P(A)P(S A)}{P(S)} = \frac{0/45 \times 0/97}{0/959} \cong 0/455$
۸	می‌دانیم اگر A و B مستقل باشند، A و B' نیز مستقل هستند، در نتیجه: $P(A \cap B') = P(A)P(B') = P(A)(1 - P(B)) = P(A) - P(A)P(B) = P(A) - 0/1$ $P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + P(B') - P(A) + 0/1$ $= 1 - P(B) + 0/1 = 0/8 \Rightarrow P(B) = 0/3 \xrightarrow{P(A \cap B) = 0/1} P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B') = \frac{1}{3} - 0/1 = \frac{2}{3}$
۹	$\frac{F_{AB}}{F_B + F_O} = \frac{\alpha_{AB}}{\alpha_B + \alpha_O} = \frac{36^\circ}{360^\circ - 36^\circ - 72^\circ} = \frac{36^\circ}{252^\circ} = \frac{1}{7} \Rightarrow F_{AB} = \frac{1}{7}(F_B + F_O) = \frac{105}{7} = 15$
۱۰	ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم. $7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 36 \Rightarrow \begin{cases} Q_7 = 9, Q_1 = \frac{7+8}{2} = 7/5, Q_9 = \frac{10+10}{2} = 10 \\ \bar{x} = \frac{7+7+8+8+9+9+10+10+36}{9} = \frac{94}{9} \cong 9/44 \end{cases}$ با توجه به اینکه به غیر از داده پرت ۳۶، بقیه داده‌ها هر کدام دوبار تکرار شده‌اند، این داده‌ها مد ندارند. همچنین از آنجا که در داده‌ها، داده پرت ۳۶ وجود دارد، میانگین معیار خوبی برای شاخص گرایش به مرکز نمی‌باشد، بنابراین میانه به عنوان معیار مناسب در این داده‌ها می‌باشد.
۱۱	اگر تک تک داده‌ها را از میانگینشان کم کنیم، انحراف از میانگین آن داده بدست می‌آید. مجموع انحراف از میانگین‌ها برابر با صفر خواهد شد و این به دلیل آن است که برخی از داده‌ها از میانگین بزرگتر و برخی دیگر کوچکترند، در نتیجه مقادیر مثبت و منفی حاصل می‌شوند که مجموع آنها همدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین انحراف از میانگین شاخص خوبی برای نشان دادن میزان پراکندگی داده‌ها نمی‌باشد.
۱۲	$18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 29 \Rightarrow Q_7 = 22, Q_1 = \frac{19+20}{2} = 19/5, Q_9 = \frac{24+25}{2} = 24/5$  با توجه به نمودار جعبه‌ای پراکندگی در دنباله سمت راست نمودار جعبه‌ای بیشتر است.
۱۳	۱- مشاهده: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو، مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه‌گیری وزن محصولات یک باغ میوه. ۲- پرسشنامه: مجموعه سؤالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود. این روش مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است. ۳- مصاحبه: معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد: یکی مصاحبه‌گر (همان آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده، یا پاسخگو است. ۴- دادگان: شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است. در بسیاری از موارد، داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده است، به دست آورد. (تعریف دو مورد از ۴ مورد ذکر شده کافی است).

۱۴	دقت برآورد میانگین جامعه به اندازه نمونه و انحراف معیار جامعه بستگی دارد و اگر اندازه نمونه زیاد شود و یا انحراف معیار جامعه کم باشد، دقت برآورد میانگین بیشتر می شود.
۱۵	$p = \frac{m}{n} = \frac{۸۴}{۱۰۰} = ۰ / ۸۴ \Rightarrow \left(p - ۲\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + ۲\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) = (۰ / ۸۲۷, ۰ / ۹۱۳)$ $\text{فاصله اطمینان} = ۴\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = ۰ / ۱۴۷ = ۱۴ / ۷ \%$
جمع بارم : ۲۰	نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء: